**Задача. Формирование учебных групп**

Имеется *n* человек, которые должны пройти обучение. Число направлений подготовки равно *m*. Обозначим *bij* – оценку *i*-го претендента по *j*-му направлению, *q* – максимальную величину оценки, *aij* = *q* – *bij* – отставание от максимальной оценки *i*-го претендента по *j*-му направлению, *nj* – число обучающихся по *j*-му направлению. Обозначим далее *xij* = 1, если *i*-й претендент на обучение назначен на *j*-е направление, *xij* = 0 в противном случае.

**Задача.** Определить , где , максимизирующее

, (1)

Где λ*j* – важность *j*-го направления, при ограничениях

, (2)

. (3)

Обозначим .

Задача (1)-(3) – это классическая транспортная задача. Существует несколько методов её решения. Рассмотрим один из них.

*Описание алгоритма*

На рис.1 приведен граф транспортной задачи (двудольный граф).

*n*1 = 1

*n*2 = 1

*n*3 = 1

*Рис.1. Двудольный граф транспортной задачи*

*Предварительный шаг.* Назначаем каждого претендента *i* на направление *j* с максимальным *cij*.

*Основной шаг*. Определяем для каждой вершины *j* число претендентов *uj*, назначенных на соответствующее направление. Вершины, для которых *uj* > *nj*, назовем входами, а вершины, для которых *uj* < *nj* – выходами. Длины дуг (*i*,*j*) положим равными *cij*, а длины дуг(*j*,*i*) примем равными (-*cij*). Определяем путь максимальной длины от входов к выходам. Вдоль этого пути *xij* = 1, а *xji* = 0.

Далее повторяем *основной шаг*.

Алгоритм заканчивается, когда *uj* = *nj* для всех *j*.

Рассмотрим простой пример.

**Пример.** Имеется четыре претендента и три направления. Двудольный граф приведён на рис.2.

*n*1 = 1

*n*2 = 1

*n*3 = 2

(2)

(3)

(4)

(2)

(3)

(2)

(4)

(3)

*Рис.2. Двудольный граф для примера*

*Предварительный шаг.* Имеем: *x*12 = 1, *x*21 = 1, *x*32 = 1, *x*41 = 1.

*1-й шаг*. Вычисляем: *u*1 = 2 > *n*1, *u*2 = 2 > *n*2, *u*3 = 0 < *n*3. Таким образом направления 1 и 2 – входы, а направление 3 – выход. Путь максимальной длины (1, 4, 3) имеет длину (-1). Переназначаем претендента 4 с направления 1 на направление 3.

*2-й шаг*. Теперь *x*43 = 1. *u*1 = 1 = *n*1, *u*2 = 2 > *n*2, *u*3 = 1 < *n*3. Имеем: направление 2 – вход, а направление 3 – выход. Путь максимальной длины (2, 3, 3), его длина (-1). Переназначаем претендента 3 с направления 2 на направление 3.

Окончательное решение: *x*12 = 1, *x*21 = 1, *x*33 = 1, *x*43 = 1. Суммарное отставание равно 12.